~~Mathematik und Verwaltung~~

Spengler und die Mathematik, am Beispiel Mesopotamien (Verwaltung, aber nicht nur)

Jens Høyrup
jensh@ruc.dk
http://ruc.dk/~jensh/

Beitrag zur Tagung
Stadien menschlicher Entwicklung – Ansätze zur Kulturmorphologie heute
Kloster Wöltingerode
28. September – 2. Oktober 2014

Drei große Synthesen und die Mathematik

Wie jeder Leser entdeckt, spielt Mathematik eine große Rolle in Spenglers Kulturauffassung.

Fast gleichzeitig mit seinem *Untergang des Abendlandes* und etwas mehr voluminös ist H. G. Wells, *Outline of History* (1920)

Mathematik wird dort insgesamt 12 Mal erwähnt, aber immer ohne analytische Tiefe und in ganz trivialer weise:

– In Konfucius’ China war sie eine Materie für Unterricht der Literaten
– Die arabische Mathematik baut auf die griechische
– al-Khwārizmiʾ war ein Mathematiker

u.s.w.

Arnold Toynbee, *Study of History* (12 Bände, 1934–1961) ist nicht sehr verschieden. Toynbee gehört, wie Wells, den

> Idealisten und Ideologen, die Nachzügler des humanistischen Klassizismus der Goethezeit, welche technische Dinge und Wirtschaftsfragen überhaupt als außerhalb und unterhalb der Kultur stehend verachteten

wie Spengler es formuliert.

Abgesehen von

– mindestens einem großer Fehler,
– dem Geständnis, daß er als klassisch Gebildeter die Mathematik der Neuzeit nicht versteht (was seiner Meinung nach für sein Unternehmen belanglos sein sollte),
– und der Anerkennung, das Geschichte sich nicht wie Mathematik schreiben läßt

ist das interessanteste in dieser Verbindung seine Polemik gegen Spengler.

Gegen

> Spengler’s contention that Mathematics are subject to the same law of social relativity as social human affairs

behauptet er, auf der Autorität von Gibbon füßend, das, als Ergebnis eines

> Collective Human Intellect’s cumulative achievement... the Mathematics are distinguished by a peculiar privilege that, in the course of ages, they may always advance and can never recede.

Scheinbar denken Gibbon und Toynbee an theoretische *Ergebnisse;* ob sie *nicht vergessen werden können* oder nur, einst entdeckt, in Poppers »dritter Welt« *irgendwie ewig gültig verbleiben*, ist unklar.

Was Toynbee besonders verärgert ist diese Passage in *Untergang des Abendlandes:*

> Eine Zahl an sich gibt es nicht und kann es nicht geben. Es gibt mehrere Zahlenwelten, weil es mehrere Kulturen gibt. Wir finden einen indischen, arabischen, antiken, abendländischen Typus des mathematischen Denkens und damit Typus einer Zahl, jeder von Grund aus etwas Eignes und Einziges, jeder Ausdruck eines andern Weltgefühls, jeder Symbol von einer auch wissenschaftlich genau begrenzten Gültigkeit, ... Es gibt demnach mehr als eine Mathematik.

Das hat offensichtlich nichts mit *Ergebnissen* zu tun. Die passage

> Die Eingebornen Australiens, deren Geist durchaus der Stufe des Urmenschen angehört, besitzen einen mathematischen Instinkt oder, was dasselbe ist, ein noch nicht durch Worte und Zeichen mitteilbar gewordenes Denken in Zahlen, das in bezug auf die Interpretation reiner Räumlichkeit das griechische bei weitem übertrifft. Sie haben als Waffe den Bumerang erfunden, dessen Wirkung auf eine gefühlsmäßige Vertrautheit mit Zahlenarten schließen läßt, die wir der höheren geometrischen Analysis zuweisen würden.

läßt uns fragen, inwieweit es überhaupt den normalen Sinn von »Mathematik« betrifft.

Auch wenn Spengler über zweifellos Mathematisches spricht, ist es klar, z.B., das seine Charakterisierung der griechischen Mathematik zwar frühen Skulpturen und Meinungen pythagoräischer und platonisierender Philosophen wie Plutarch angepaßt ist,

- viel weniger aber schon Aristoteles,
- und weder die theoretische Mathematik des Euklid, Archimedes und Apollonios,
- noch, so weit wir sie kennen, die praktische Arithmetik.

Auch muß er die meisten der alexandrinischen Mathematikern as »zweifellos sämtlich Aramäer«, d.h., frühe Stellvertreter der »arabischen Kultur«, abschreiben.

Mit Spenglers vermuteten Träger der Kultur, »Bauerntum (und dessen höchste Form, der Landadel)« hat seine griechische Mathematik kaum zu tun.

Gegenüber den mathematischen »Platonismus« oder Essentialismus der Gibbon und Toynbee (und vieler Mathematiker) stellt Spengler also einen anderen, romantisch gefärbten Essentialismus der »Kulturen«.

Das ersterer historisch und interkulturel nicht stichhaltig ist, ist oft argumentiert worden, so bald man von »abstrakt« (d.h., *gegenwärtig*) *gefaßte Ergebnisse* zu *Zielen und Denkweisen* übergeht. Auch ich habe es mehrmals getan.

Was *bei Spengler* der Mathematik betreffend zu behalten sei, was zu umdeuten, und was zu vergessen, können wir *am Beispiel Mesopotamien* diskutieren – ein Beispiel, das Spengler zu seiner Zeit nicht wirklich kennen konnte (obwohl er es glaubt).

Die besondere mesopotamische Mathematik entstand im Prozeß der Staatsbildung von Uruk im südlichsten Iraq (Schichte Uruk IV bis III, etwa 3200–2900 v.u.Z.).

Zentrum der neuen Sozialstruktur waren die Tempel der Stadt, und die Legitimierung dieser Struktur war scheinbar eine Transformation eines älteren Redistributionssystem in ein *genau verwaltetes Tribut- und Rationssystem*.

Kort

Zahlen und Maße wurden in Ton als Bilder früherer materieller Symbole (»Tokens«) eingedrückt, und eine ideographische Bilderschrift erfunden, um den metrologischen Zeichen einen genaueren Kontext zu geben.

Schrift und Zahl wurden ausschließlich für Verwaltungszwecke benutzt – doch gibt es auch *lexikalische Listen* und *Modell-Dokumente*, die für den Unterricht der künftigen Verwaltungspriester benutzt wurden.

Die lexikalische Listen waren *nach Kategorien* geordnet – Fische; Vögel; Vieh; Berufe; u.s.w.. Also nicht nach, was im praktischen Leben zusammengehört (Pflug mit Getreide und Pflüger). Das dahinterliegende Denken ist also, nach Aleksandr Lurias Aufteilung, *modern*. Dazu kommt, das sowohl Verwaltungstexte als die Berufsliste (und, übergeordnet, das ganze *System* der lexikalischen Listen) als zweidimensionale kartesische Produkte gedacht worden sind.

Um etwa 2900 v.u.Z. kam es zur Auflösung des sumerischen Gebiets in kleineren Stadtstaaten, von einem »König« (Kriegführer) regiert.

Von den nächsten 200 Jahre haben keine Schriftstücke überlebt, dann fängt es langsam an,

und ab etwa 2550 gibt es in der Stadt Šuruppak viele, und zwar neue Gattungen. Noch gibt es staatliche Verwaltung, aber auch Privatverträge. Die erweiterte Verwendung von Schrift hat als Folge die Entstehung eines gesonderten Schreiber*berufs*, mit seiner eigenen Berufsstolz auf der Fähigkeit, die professionellen Werkzeuge – Schrift und Rechnen – mit *Virtuosität* zu beherrschen.

So beginnt die Niederschrift von Literatur (Sprichwörter, Hymnen), und so entsteht die erste »supra-utilitäre« Mathematik: d.h., Aufgaben, die scheinbar im Schreiberleben dienen können, die aber irreale Umkehrsituationen behandeln, oder zugriff auf Methoden benötigen, die im Alltagsrechnen der Schreiber keine Rolle spielen:

z.B., die Aufteilung von einem »Speicher« (2400·480 Liter) von Getreide in Portionen von 7 Liter – 7 teilt die höheren metrologischen Einheiten nicht und kommt deshalb nie in der wirklichen Administration vor.

Weil diese Mathematik so aussehen mußte, *als ob* sie mit Schreiberarbeit zu tun hätten, sucht sie nicht Theoreme oder Beweise. Sie fragt immer nach einer numerischen Lösung einer Aufgabe.

Shuruppak-division

Um etwa 2350 wird das gesamte irakische Süden politisch vereint, zuerst (kurz) unter einem lokalen Stadtkönig, dann unter dem Eroberer Sargon von Akkad (eine Lokalität irgendwo im zentralen Iraq).

Literatur würde für Propagandazwecke übernommen; supra-utilitäre Mathematik wurde noch in der Schule getrieben, hatte aber keine politische Anwendungen.

Die Erweiterung des politischen Gebietes führte im Übrigen zu einer erweiterung der mathematischen Techniken und zu einer gewissen Rationalisierung der Metrologie.

Nach einer imperialen Phase löste sich das sargonische Reich um etwa 2200 in Stadtstaaten auf, und während des nächsten Jahrhundert geschieht auf dem mathematischen Gebiet nicht neues.

Die Wiedervereinigung unter dem »3. Dynastie von Ur« (»Ur III«) bringt dagegen was entscheidendes. In 2074, in Verbindung mit der Eroberung von Susa in den Zagros-Bergen und vom mittelirakischen Territorium, wurde zuerst eine militärische, dann eine Verwaltungsmäßige Reform implementiert.

Ein großer Teil (der größte?) der arbeitenden Bevölkerung wurde als quasi-Sklaven in Arbeitstruppen eingegliedert, und Überwachungsschreiber wurden für das Produkt der Truppen persönlich verantwortlich.

Sowohl das Produkt als die zu Verfügung gestellten Arbeitskräfte wurden in kleinen einheiten gebucht.

Um das zu ermöglichen, wurde zuerst ein Stellenwert-Zahlsystem eingeführt. Das sollte die zahllosen Multiplikationen und Divisionen der Verwaltungsberechnungen erleichtern.

Dann wurden alle Metrologien in diesem System ausgedrückt als Multiplen von Basiseinheiten (man kann als imaginäre Parallele an das Ausdrücken aller englische Maße als dezimale Multiplen von *Inches*, *Ounces* und *Pence* denken). Letzlich wurden feste Arbeitsnormen bestimmt, im selben System definiert.

Alles das wurde tabelliert, und die künftige Schreiber haben die Tabellen in der Schule kopiert, bis sie sie auswendig kannten.

Andererseits wurde scheinbar nicht nur alle supra-utilitäre Mathematik aus der Schule verbannt, sondern mathematische Probleme im Allgemeinen. Wie in Uruk IV–III finden wir nur Modell-Dokumente. Selbst das bißchen unabhängiges Denken, das für das Lösen mathematischer Probleme gefordert wird, war scheinbar unerwünscht.

Auch in anderer Weise wurde auf Uruk IV–III zurückgegriffen. So wie damals die mathematische Verwaltung scheinbar die Legitimierung des staatlichen Gewalts als Fortsetzung der alten sozialen Gerechtigkeit der Redistribution erlaubte, so preist Šulgi, der König des Reforms, seine mathematisch-metrologische Reform als ausdruck von Gerechtigkeit.

Die Staatssklaven sahen es nicht so – ihr Verständnis der Mathematik war vermutlich begrenzt, und ihre Auffassung der Gerechtigkeit anders (wie wir ihn indirekt kennen). Ur III brach in 2004 zusammen, und wurde gefolgt von der »altbabylonischen« Periode (2000–1600).

Die ersten 200 Jahren können wir als Übergangsphase betrachten. Dann aber hatte eine neue Kultur Form genommen. Ab 1760 war das südliche und zentrale Iraq unter Hammurabi vereint, aber die neue Kultur kam schon früher.

Die war in vieler Hinsicht von Individualismus geprägt. Land (auch Königsland) wurde verpachtet; der Siegel wurde ein Ausdruck von Persönlichkeit, nicht nur Amt; private Briefe (oft von »Straßeneck-Schreibern« geschrieben) wurden weitverbreitet.

Auch die Schreiberkultur wurde erneut. Nochmals, und viel stärker als in Šuruppak, ist sie von Berufsstolz geprägt.

Der Schreiber sollte sumerisch lesen, schreiben und sprechen können (das würden jetzt nur andere Schreiber verstehen, sonst wurde babylonisch gesprochen und geschrieben); er sollte auch alle geheime Ecken des Schrift verstehen (davon gab es viele).

Das alles hieß »Humanismus« (!).

»Humanistische« mathematik gab es auch. Schon im 19. Jahrhundert sehen wir, das *Aufgaben* nochmals in Frage sind. Im 18. Jahrhundert wird deutlich von den mathematischen Rätseln mathematischer Praktiker (Karawanenhändler, Landmesser) entlehnt; durch systematische Arbeit entsteht daraus eine eigentliche *mathematische Disziplin*, eine Art quasi-Algebra auf geometrischem Basis – ohne explizite Theoreme und Beweise, aber mit proto-theoretischen pädagogischen Erklärungen versorgt.

Dann, um 1600, bricht nicht nur das Hammurabi-Reich zusammen sondern auch das altbabylonische socio-kulturelle Komplex. Die Macht wird von kassitischen Stämmen übernommen, die städtische Kultur verschwindet fast, und zwar für Jahrhunderte.

Ein Teil der hohen Schreiberkultur wird innerhalb von gelehrten »Schreiber-Familien« tradiert, aber nicht die »höhere« Mathematik.

Im späten 7. Jahrhundert kennt der letzte große Assyrerkönig Aššurbanipal, der alle Schreiberkultur verstehen will, nur Multiplikation und Division. Alles weiteres ist verschwunden.

Zwei Jahrhunderte später versuchen einige gelehrte Schreiber, das verlorene zu rekonstruieren. Sie übernehmen nochmals die Rätsel von Landmessern und Kaufleuten, bringen es aber mathematisch nicht weit, und schon gar nicht auf der altbabylonischen Höhe. Andere 200 Jahre später geschieht es wiederholt, nochmals ohne Erfolg

Was ist daraus zu schließen, Spengler betreffend?

Erstens, daß die Mesopotamische Welt nicht in seinem Sinn eine dieser Kulturen ist, die als Zivilisation erstarren (das sollte wohl zur Zeit von Ur III sein, wenn nicht schon Uruk IV) und dann

> *noch Jahrhunderte und Jahrtausende stehen bleiben und aus einer Erobererfaust in die andere gehen können – tote Körper, amorphe, entseelte Menschenmassen, verbrauchter Stoff einer großen Geschichte.*

Schon die altbabylonische Welt ist eine neue Welt, und die Kassiten »übernehmen« nicht, sie zerstören – und was dann daraus entsteht im Assyrerreich, ist nochmals eine neue Welt. Ähnliches kann man vermutlich über die indische und die Chinesische Welten sagen.

Aber können wir von einer besonderen mesopotamischen *Mathematik* reden – so andersartig vielleicht, daß sie uns unzugänglich sei?

Daß es keine explizite Beweise und keine Theoreme gibt, und daß immer *eine Zahl* gesucht wird, könnte uns in Versuchung bringen, ja zu antworten. Aber *diese* Mathematik habe auch ich in der Grundschule und während den ersten Jahren der Mittelschule gelernt, und das war seit immer und überall der normale Typ für Schüler, die in Zukunft elementare Mathematik verwenden sollten.

Die besondere altbabylonische »Algebra« wäre dann eine Möglichkeit. Sie *ist* was Besonderes, ist aber nicht für die gesamte mesopotamische Kultur charakteristisch (sie lebt ja nur 200 Jahre), und ist auch nur *ein* Aspekt der altbabylonischen Mathematik.

Nur ein Merkmal scheint sowohl zeitlich übergreifend als charakteristisch mesopotamisch zu sein (obwohl es, über die spätbabylonischen astronomischen Tabelle, dann anderen Kulturen geprägt hat): das Organisieren des Denkens in »kartesischem Produkt« seit dem späten 4. Jahrtausend.

Es kommt sicherlich nicht, wie Spengler es eigentlich möchte, vom Bauerntum, sondern von den »modern« denkenden Verwalter der Bauernarbeit, die sicherlich nicht als »Landadel« zu bezeichnen sind. Es bestimmt auch nicht den ganzen Charakter des mesopotamischen mathematischen Denken – aber mindestens hat es mit dem allgemeinen Charakter der Kultur als Schreiber- und Verwaltungskultur zu tun.

Daß es nur *ein Aspekt* ist, hängt mit einem Problem zusammen, das durch Spengler's begriff von *Zahlgefühl* verschleiert worden ist: Mathematik wurde immer, mindestens so bald sie als einheitliche Mathematik existierte und nicht nur als gegenseitig isolierten mathematischen Techniken, immer von besonderen Berufsgruppen produziert und getragen. Wells und Toynbee waren nicht die ersten, die Mathematik lieber den Spezialisten überließen.

Diese Berufsgruppen waren, im Gegensatz zu Spenglers Bauerntum, oft interregional sowohl als regional verbunden – als reisende Handwerker, Militäringenieure, Kaufleute (ist also **umzudeuten**). Es waren auch nicht die griechischen Bauer, die von Ägypten Brüche sowohl als das kanonische System für architektonische und skulpturelle Proportionen übernommen haben.

Will man, mit Spengler, Mathematik als kulturell verbunden verstehen, muß man seinen romantischen Kultur-Essentialismus überwinden, und unter den Bedingungen der *besonderen Kulturen* verstehen, wo Mathematik gemacht und ausgeübt wurde.

Spenglers Prinzip, daß es »mehrere Zahlenwelten« gibt, *kann* fruchtbar gemacht werden (ist also **zu behalten**), *ist es aber nicht*, *so lange diese Welten als Ausdruck statischer*, *geschlossenen Kulturen verstanden werden* (ist also **zu vergessen**).

Sie ist, wie positivistischer Skepticismus, eine Medizin – letzterer gegen theoretischer Betrunkenheit, ersterer gegen den »Platonismus« der Mathematiker.

Man lebt von Medizin nicht, braucht sie aber manchmal.