Tværfaglige samspil mellem matematik og historie i gymnasiets studieretningsprojekt (SRP)

Jensen, Kasper Bjering

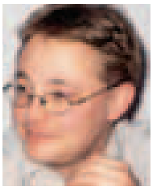
Published in:
MONA: Matematik og Naturfagsdidaktik

Publication date:
2010

Document Version
Tidlig version også kaldet pre-print

Citation for published version (APA):
Jensen, K. B. (2010). Tværfaglige samspil mellem matematik og historie i gymnasiets studieretningsprojekt (SRP). *MONA: Matematik og Naturfagsdidaktik*, *2010*(1), 32-53. http://www.ind.ku.dk/mona/2010/MONA-2010-1-Tv_rfagligeSamspil.pdf/

Tværfaglige samspil mellem matematik og historie i gymnasiets studieretningsprojekt (SRP)



Kasper Bjering Jensen, cand. scient. i matematik og fysik samt ph.d-studerende i matematikkens didaktik ved IMFUFA, RUC

Abstract. *Artiklen undersøger i hvilken grad tværfaglige samspil mellem fagene matematik og historie er mulige og forekommende i gymnasieskolens studieretningsprojekter (SRP). Der opstilles et begrebsapparat til at tale om kvalitative og kvantitative forskelle i graden af tværfaglighed i samspil i almindelighed og for matematik-historie-samspil i særdeleshed. På den baggrund fremlægges en undersøgelse af 30 SRP-rapporter. Konklusionen er at graden af tværfaglighed er lav i de eksisterende rapporter, men at det er muligt at hæve niveauet. Blandt redskaberne til dette er en øget bevidsthed om samspillets kvalitative karakter, en problemorientering af opgaveformuleringerne og en bevidst opdyrkelse af faglige værktøjer.*

I gymnasiereformen af 2003 – implementeret fra skoleåret 2005/06 og frem – blev der lagt markant større vægt på samspil mellem fag end i de tidligere gymnasieordninger. En af flere rammer for sådanne samspil er *studieretningsprojektet (SRP)*, der typisk er placeret midt i gymnasieuddannelsens tredje år. SRP afløste den tidligere *større skriftlige opgave* og skal i modsætning til denne baseres på to fag frem for kun et enkelt. Af strukturelle årsager kom en meget stor del af projekterne til at være bygget på kombination af fagene matematik og historie.

Med udgangspunkt i rygter fra censorkorpset om særdeles store vanskeligheder med at bedømme projekter af denne type har jeg studeret dette fænomen nærmere, med særlig vægt på graden af *tværfaglighed*. Det fulde studie er præsenteret i min matematik-specialerapport fra RUC (Jensen, 2008). I denne artikel vil jeg præsentere en begrebsramme til at diskutere sådanne SRP-rapporter i samt hovedlinjerne i resultatet af min undersøgelse.

Begrebsdannelsen starter i det mest generelle med begreberne *fag* og *faglighed*, ud fra hvilke begrebet *tværfaglighed* konstrueres. Herpå flyttes matematik ind i en generel tværfaglighedsramme, og til sidst sættes det sammen med historiefaget i en særlig matematik-historie-ramme. Begrebsrammen bruges til at fokusere undersøgelsen af konkrete SRP-rapporter skrevet i kombinationen matematik og historie.

Fag, faglighed og tværfaglighed

Ifølge *Ordbog over det danske Sprog*[1] betyder ordet "fag" oprindelig et "ved sammenføjning afgrænset område" som fx i "vinduesfag". I den mere moderne betydning af ordet som er relevant i denne diskussion, betyder det "et vist område inden for videnskab, kunst eller erhverv". Det er særligt områder inden for videnskaben der vil have interesse her. Videnskabens opdeling i områder er dog ikke rent tilfældig. Begrebet "(videnskabs)fag" må derfor kunne siges at indeholde noget yderligere.

Hvis vi opfatter "videnskaben" som menneskehedens samlede kollektive bestræbelse på at studere *objekter*, forstået som alle konkrete og abstrakte genstande, strukturer, fænomener mv. som kan underkastes et menneskeligt studium, så er det en menneskeskabt inddeling af disse som historisk har konstitueret den aktuelle inddeling af videnskaben i fag (hvilket ses tydeligst af fagenes navne, fx biologi, sociologi, geologi, lingvistik osv.). Faget matematik har således som sine konstituerende objekter de mest abstrakte og generelle strukturer.

Objekter studerer imidlertid ikke sig selv, hvorfor mennesker der ønsker at studere fagets objekter, må udvikle et eller flere sæt af *metoder* til at studere dem. Tilsammen kan *objekt* og *metode* siges at være det der grundlægger et fag. Når faget arbejder metodisk med sine objekter, opnås der *teorier*, *begreber*, *viden* osv. (Newell, 1992) som ligeledes bliver en del af faget. Tilsammen kan vi kalde fagets metoder, teorier, begreber, viden mv. for dets *faglighed*. Hvor fagets objekt i hovedsagen kan opfattes som dets *objektive, statiske*[2] *ydre*, udgør fagligheden dets *dynamiske indre*.

Oven på ovenstående definition kan der lægges en sidste tilnærmelse af begrebet *(videnskabs)fag*, nemlig at det er en "sociokulturel enhed for vidensproduktion" (Dolin, 2006). Hermed skal forstås at faget spænder over historiske traditioner og en organisation i form af tidsskrifter, konferencer, standardværker, positioner mv. hvis formål det er at udvikle fagets faglighed. Da faget har et løbende behov for indsocialisering af ny aktører, kan der fra et videnskabsfag afledes et *undervisningsfag*. Hermed menes en "strukturel og organisatorisk enhed [...] som har til formål at sikre gennemførelsen af undervisning i et givent fagområde" (Dolin, 2006). Et undervisningsfag har således ikke til formål at udvikle fagets faglighed, men at formidle et udsnit af dets *aktuelle* faglighed. Hvilken del af fagligheden der skal formidles, afklares ved en

1 Lokaliseret den 16. januar 2010 på http://ordnet.dk/ods/opslag?id=440950.

2 Ordet statisk kan udfordres for flere af de ikke-naturvidenskabelige fags vedkommende. Denne diskussion er dog ikke relevant her.

ekstern didaktisk transposition (Winsløw, 2006, s. 73 f.). Et gymnasiefag er således et undervisningsfag konstrueret til særligt at passe ind i gymnasieuddannelsen.

Begrebet *tværfaglighed* har med konstruktioner at gøre som på forskellige måder omfatter to eller flere fag/fagligheder. I Højgaard (1991) opstilles der to[3] former for tværfaglighed:

- *Specialisering*. På grænsen mellem to fag kan der konstitueres en særlig disciplin hvor objekter og metoder fra de to fag udvælges så de særligt støtter hinanden. Eksempler kan være matematikhistorie, matematisk økonomi, biofysik, fysisk kemi osv.
- *Anvendt fag*. En særlig type af objekter kan bedst studeres ved at integrere elementer fra en stribe grundfag til en ny fag-lignende konstruktion. Eksempler kan være nanoteknologi, ingeniørvidenskab, erhvervsøkonomi osv.

De to typer af tværfaglighed har det tilfælles at der er tale om at elementer fra to eller flere eksisterende fag organiseres sammen til et nyt fag. Jeg betegner dem derfor *organisatorisk tværfaglighed*. I gymnasieskolen opleves dette bl.a. i konstruktioner som samfundsfag (sociologi, økonomi, politologi osv.), dansk (litteraturvidenskab, lingvistik, kommunikation osv.) og naturgeografi (fysik, kemi, geologi, meteorologi, kultur- og samfundsvidenskabelige fag osv.).

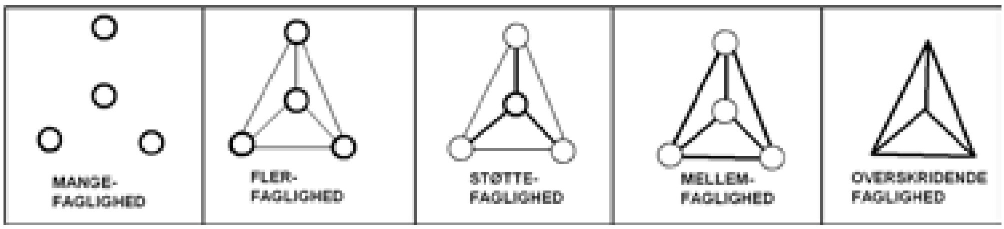
Der optræder imidlertid en anden udlægning af begrebet *tværfaglighed* hos Jantsch (1972) og Ulrichsen (2001) hvor begreberne i stedet beskriver situationer hvor to eller flere fag eksisterer med bestemte relationer imellem sig. Disse relationer er bestemt af funktionsmæssige hensyn, og tværfaglighedsformerne kan derfor under ét kaldes *funktionel tværfaglighed*. Begreberne er:

- *Mangefaglighed*. To eller flere fag eksisterer samtidig. Den maksimale grad af koordinering er fælles almene mål (fx "almendannende", "studieforberedende" mv.).
- *Flerfaglighed.* To eller flere fag arbejder samtidig, med en begrænset koordination. Det kan fx være at fagenes konkrete arbejde styres af et fælles tema.
- *Støttefaglighed*. Et konstituerende fag styrer ensidigt arbejdets mål, mens yderligere et eller flere støttefag bidrager, almindeligvis med metoder, til at opnå målene. Støttefagene tilpasses altså det konstituerende fags behov.
- *Mellemfaglighed*. To eller flere fag underlægges i samme proces fuldstændig de krav som opstilles af et ydre princip. Det kan fx være en problemstilling som skal løses.
- *Overskridende faglighed*. Alle faggrænser udviskes, og der arbejdes alene på at løse en ydre problemstilling.

---

3 Egentlig opstilles også en tredje – "tværfaglighed som sprængning af faglig spændetrøje" – som dog er mindre relevant her. Gymnasieuddannelsen som helhed opfylder dog til fulde denne tredje tilgang.

Da det første og det sidste begreb dækker over situationer hvor der hhv. eksisterer flere fag uden relationer imellem og en problemløsningsproces hvor fagene er udvisket, er der formelt ikke tale om tværfaglighed. De to begreber kan dog opfattes som yderpunkterne i et åbent interval af tværfaglighedsgrader som kan fremstilles grafisk i nedenstående figur.



Figur 1. *Funktionel tværfaglighed er relationer mellem selvstændige fag og kan ordnes i et åbent interval efter hvorvidt fokus ligger mest på fag eller på relationer.*

En traditionel gymnasieuddannelse er i sig selv et mangefagligt forløb hvor eleven præsenteres for en stribe af fag uden nogen egentlig indholdsmæssig koordinering. Der eksisterer dog i gymnasiereformen af 2003 en erklæret målsætning om at den studerende præsenteres for fagene i samspil. Sådanne samspil er af natur *funktionelt tværfaglige* – dvs. to eller flere gymnasiefag i en bestemt samarbejdsrelation. Samspilsbegrebet er dog indskrænket i forhold til tværfaglighedsbegrebet ved at der alene er tale om samarbejdsrelationer mellem de konstruktioner vi kalder *gymnasiefag*. Samarbejde mellem sociologi og økonomi inden for samfundsfag ville ikke blive accepteret som samspil. Ligeledes ville en matematisk modellering af noget der ikke hører hjemme i et af de øvrige gymnasiefag, heller ikke blive betragtet som et samspil.

Det er i praksis nok svært at skabe samspil i gymnasiet der løfter sig op over *flerfaglighed*. Det skyldes først og fremmest det hensyn der må tages til at alle de deltagende fags faglige mål er passende repræsenteret. Hensyn der i mange situationer gør at et fag vil have svært ved at underordne sig et andet fag eller en udefrakommende problemstilling. Et eksempel på problemet kan være støttefaglige samspil med matematik som støttefag der ofte eksempelvis undgår bevisgang eller betjener sig af matematik på et uacceptabelt lavt niveau.

Derfor er det særlig relevant at kunne beskrive nuanceforskelle mellem flerfaglige samspil. Nuanceringen af gymnasial flerfaglighed kan således ske i nedenstående tre begreber efter inspiration fra Dolin (2006):

- *Parallelforløb*. Der eksisterer et fælles emne som styrer de deltagende fags målsætninger. Fagene arbejder minimalt koordineret så de fx kan understøtte hinandens målsætninger, men der findes ikke en fælles problemstilling eller en sammenfattende afslutning.

- *Formel flerfaglighed.* Fagene udvikler sammen et fælles forløb hvor de hver især bidrager til en eller anden form for helhed uden dog at involvere sig i hinanden.
- *Fagintegration.* En fælles problemformulering afgør indhold og metode i samspillet. Fagene bidrager kun i relation til problemformuleringen. Bortset fra den kunstige situation at indholdet skal tilpasses deltagende fag, ligger denne samspilstype tæt på mellemfaglighed.

I vejledningen for den faglige samspilsramme "naturvidenskabeligt grundforløb" optræder som eksempel samspilsemnet "vand" hvor gymnasiets fire naturvidenskabelige fag[4] hver især forventes at spille ind med noget som faget kan mene om vand. Men der optræder også eksemplet "hvordan fungerer et batteri?". Det første eksempel vil oplagt være et parallelforløb, mens det andet eksempel rummer potentialet til fagintegration.

Ovenstående skal ikke læses sådan at støttefaglige eller mellemfaglige samspil er helt umulige. Når det teoretiske arbejde med tværfaglighed er vigtigt, er det bl.a. for at kunne udvikle samspil med en sådan "højere grad" af tværfaglighed. Men det kræver at sammenstødet med fagenes faglige målsætninger kan løses.

Matematik og tværfaglighed

De hidtil opstillede begreber har alle været fokuseret på tværfaglighed i almindelighed. Men det er også muligt at dykke ned i det enkelte fag og formulere begreber som beskriver dette fags forskellige typer af deltagelse i tværfaglighed. Dette kan gøres både generelt for faget og for samspil mellem faget og et eller flere andre bestemte fag. Hvis man ser på faget matematik, er jeg stødt ind i to overordnede typer af tværfaglige samspil som faget indgår i. Disse kan kaldes for *modellering* og *meta-matematik* (Jensen, 2008, s. 44-46)[5].

Modellering vil normalt være et støttefagligt samspil hvor matematik antager rollen som støttefag for et andet, konstituerende fag. Samspillet opstår når der kan skabes en passende forbindelse mellem matematikkens og det konstituerende fags objekter som gør det muligt at bringe matematikkens metoder i anvendelse i studiet af det konstituerende fags objekter (for en uddybende gennemgang af modelleringsbegrebet se Jensen (2007, s. 107 f).).

Meta-matematiske samspil er kendetegnet ved at matematikfaget som sociokulturel enhed i sig selv betragtes som et objekt der kan underkastes et studium. Det kan som objekt være hjemmehørende i mange humanistiske og samfundsvidenskabelige fag,

4 Fysik, kemi, biologi og naturgeografi.
5 Under arbejdet med denne artikel er jeg blevet opmærksom på at der eksisterer det internationale forskernetværk "Mathematics and its Connections to the Arts and Sciences" (MACAS), som kan nuancere og udvide dette billede. Det har dog ikke været praktisk muligt at indarbejde referencer hertil.

fx historie, filosofi, psykologi, sociologi, pædagogik, kommunikation m.fl., hvor det kan underkastes studier med disse fags metoder. Studiet vil dog oftest kræve aktivering af det matematikfaglige, og dermed bliver der tale om et støttefagligt samspil, igen med matematik som støttefaget der i sin transformation til objekt må tilpasse sig det konstituerende fags metoder. I min analyse har jeg fundet at meta-matematiske samspil forekommer i to former:

- *Om matematik*. Matematikfaget studeres fordi der findes en særlig interesse i faget som sådan. Det kan fx være spørgsmål af matematikhistorisk art eller spørgsmål om formidling af noget bestemt matematikfaglighed til en bestemt målgruppe.
- *Matematik som case*. Man interesserer sig i det konstituerende fag egentlig for noget ikke-matematisk, men benytter matematikfaget som case. Det kan fx være man interesserer sig for gruppearbejdspædagogik ved at studere skolefaget matematik som case.

Umiddelbart ser det altså ud som om matematik alene optræder i tværfaglige sammenhænge af støttefaglig karakter, i rollen som støttefag. Der kan dog – ikke mindst i en gymnasiekontekst – godt konstrueres flerfaglige samspil, hvor faget parallelt med andre fag udtaler sig om et bestemt emne, eller mellemfaglige samspil, hvor faget bidrager til løsning af et problem uden at agere støttefag. Det kan fx være spørgsmål om erkendelse og sandhed, risikovurdering, kryptering mv. Disse samspil hører ikke nødvendigvis ind under ovenstående to typer, men får ikke her et selvstændigt begreb.

Med udgangspunkt i ovenstående begreber har jeg undersøgt muligheden for og udbredelsen af *gode tværfaglige samspil* mellem fagene *matematik* og *historie*. Med gode samspil forstås samspil der ligger længst muligt til højre i ovenstående figur. Det vil sige at undgå mangefaglighed samt for flerfaglige samspils vedkommende at undgå parallelforløb og søge at løfte til fagintegration, støttefaglighed eller mellemfaglighed.

Til den konkrete undersøgelse indsamlede jeg i foråret 2008 30 SRP-rapporter baseret på samspil med historie. Rapporterne var således fra den første årgang under den nye reform. Indsamlingen skete usystematisk ved kontakt til en række matematiklærere som herefter videreformidlede til deres elever og kollegaer. Indsamlingen er sket med elevernes tilladelse, enten ved at lærere har indsamlet og sendt en eller flere rapporter, eller ved at eleven selv har sendt sin rapport. De 30 opgavebesvarelser er indsamlet fra 6 skoler. Én skole leverede 10, én leverede 9, én leverede 6, én leverede 3, og to leverede hver en. Også den til besvarelsen hørende opgaveformulering blev indhentet.

Analysen af materialet er foretaget i to omgange. I første omgang blev opgaveformuleringerne analyseret med henblik på at placere opgaverne i forskellige kategorier af matematik-historie-samspil. Disse kategorier er formuleret på baggrund af analysen og eksisterede altså ikke på forhånd. Analysen skulle samtidig med at disse kategorier opstilledes, finde frem til særlige kendetegn ved den pågældende type. Endvidere skulle analysen give et indledende bud på i hvor høj grad det kunne forventes at fagene spillede sammen i opgaven.

I den anden omgang af analysen blev opgavebesvarelserne analyseret kategori-vis. Denne analyse skulle vurdere fordele og ulemper tværfagligt set ved de forskellige kategorier, vurdere i hvor høj grad det faktisk lykkedes at skabe tværfagligt samspil, og identificere særlige problemer for eleverne med at få fagene til at spille sammen.

På baggrund af analysens første del har jeg kunnet identificere fem typiske samspil (Jensen, 2008, s. 46-49) som jeg i den resterende del af artiklen vil gå i dybden med (nogle mere end andre):

- *Matematikhistorie*. Matematikkens faglighed har udviklet sig over tid, hvilket gør den til et objekt i historiefaget. Der er altså tale om et samspil af typen "om matematik" hvor faget gøres til et historiefagligt objekt.
- *Matematik og udviklingen af videnskab, teknologi og samfund*. Matematiske metoder har gennem tiderne haft en enorm indflydelse på menneskets aktiviteter. Denne indflydelse har udviklet sig med matematikkens faglighed, hvorfor matematikkens indflydelse på menneskelige ikke-matematiske aktiviteter kan gøres til objekt i historiefaget.
- *Historie om matematisk model*. Matematikken har historisk fundet konkret anvendelse i andre fag og en lang række praktiske sammenhænge. I sig selv kan disse anvendelser udgøre tværfaglige samspil af typen *modellering*. Men den historiske udvikling af disse samspil kan ligeledes gøres til objekt i historiefaget.
- *Matematik som historisk case*. Samspil mellem matematik og historie af den type der ovenfor blev kaldt "matematik som case".
- *Modellering af historien*. Et samspil mellem de to fag af typen modellering. Det vil sige at matematik deltager i historiefaget på en samarbejdende eller deskriptiv måde. Typisk omhandler samspillet kvantitative størrelser som forandres over tid.

Ovenstående begreber relaterer sig ikke snævert til gymnasiet. De finder generel anvendelse for matematik-historie-samspil. Endvidere er ovenstående liste næppe udtømmende. Ud fra mit materiale syntes det dog at gælde at de tre første er de mest typiske, mens de to sidste må opfattes som eksotiske. Der kan sandsynligvis formuleres en række flere eksotiske typer.

En måde at sikre en fuldt dækkende liste af begreber på kan være at reducere længden af listen. En liste i stil med ovenstående, men på blot tre punkter, kan findes i Hansen (2009, s. 35-45) hvor der arbejdes med tre typer: "Matematikkens historie", "Historiens matematik" og "Matematisk modellering af historisk fænomen". Her er de tre midterste i ovenstående liste groft sagt slået sammen i én type. Jeg har dog ikke fundet denne metode brugbar i forhold til min egen mission, idet mange af problemerne med at skabe gode tværfaglige samspil mellem fagene formentlig kan henføres til at dagsordenen for samspillet er uklart. En vis grad af begrebs-specialisering kan efter min mening være et godt værktøj til at klargøre denne dagsorden. Derfor den højere grad af specialisering.

Matematikhistorie

Matematikhistorie er formentlig den mest udbredte form for samspil mellem de to fag. Af de 30 SRP-rapporter jeg har analyseret, var de 12 af denne type, hvoraf 9 omhandlede *oldtiden* (Egypten, Babylonien og Grækenland), og 3 omhandlede *senrenæssancen* (16. og 17. århundrede).

Det centrale ved projekter af denne type er at de først og fremmest interesserer sig for matematikkens indre udvikling. Det vil sige spørgsmål om menneskets forståelse af aritmetik, geometri, sandsynlighedsregning, infinitesimalregning osv. Derimod er de ydre konsekvenser af denne udvikling ikke i sig selv relevant for matematikhistorien. Dette er ikke det samme som at samspillet med videnskab, teknologi og samfund ikke kan være relevant, men det er disse fænomeners indvirkning på matematikken og ikke omvendt der må være i fokus – naturligvis under hensyntagen til sådanne processers dialektiske karakter.

Analysen af de til disse 12 rapporter hørende problemformuleringer gjorde det oplagt at opstille fire punkter som kendetegner SRP-problemformuleringer af matematikhistorisk karakter (Jensen, 2008, s. 68):

- *Historisk redegørelse*. Stort set alle opgaver indledes med krav om at der redegøres for bestemte historiske fænomener. Fx "redegør for hvorledes det ægyptiske samfund i det gamle rige var opbygget [...]", "redegør for væsentlige træk ved renæssancen og det naturvidenskabelige gennembrud" og "redegør for Pythagoras og pythagoræernes livsanskuelser". Fælles for disse redegørelser er at de pålægger eleven at lave en formindsket genfortælling af historisk viden som typisk allerede er fortalt i et eller flere historiske standardværker.
- *Historisk matematik*. Eleverne bliver ligeledes bedt om at redegøre for noget historisk matematik. Ved "historisk matematik" forstås matematiske metoder som de har taget sig ud i tidligere punkter i historien. Det kan fx være oldegyptisk aritmetik og geometri, Euklids metoder, newtonsk fluxions-teori osv. Også disse redegørelser er typisk udsnit af allerede skrevne historiske værker.
- *Kilder*. I de fleste problemformuleringer indgår der krav om brug af "kilder". Det kan være ved eksplicit at nævne/vedlægge en eller flere kilder som skal inddrages. Typisk er det skriftlige kilder, fx uddrag af egyptiske papyrusruller,

Archimedes' *Metoden*, brevvekslinger osv., men de kan også være af mere arkæologisk karakter (fx Cheopspyramiden). Ofte sker det dog ved et ikke-præciseret krav om at inddragelsen af historisk matematik skal ske ved "brug af kilder".

- *Perspektivering/sammenligning*. Endelig afsluttes de fleste problemformuleringer med et krav om en diskussion/vurdering af den pågældende matematik. Det kan være ved dens betydning for samfundet eller en bestemt matematiker, eller det kan være en strid om hvem der faktisk udviklede en bestemt matematisk metode, og ofte er der et krav om en sammenligning mellem matematik i to forskellige perioder (hvoraf den ene ofte er nutiden).

Et konkret eksempel på en opgaveformulering af matematikhistorisk karakter kunne være følgende:

Område: Sandsynlighedsregningens historie

1. *Redegør for den samfundsmæssige udvikling i Frankrig i 1600-tallet med særligt henblik på at belyse matematikkens rolle.*
2. *Gør kort rede for sandsynlighedsregningens historie.*
3. *Diskutér Pascals trekant med udgangspunkt i Pascals afhandling "Treatise on the arithmetic triangle", der er vedlagt som bilag.*
4. *Analysér den metode som blev udviklet af Fermat og Pascal til løsning af delingsproblemet. Gør herunder rede for den rolle Pascals trekant spiller for løsningen.*
5. *Vurdér den rolle Fermats og Pascals brevveksling fik for sandsynlighedsregningens historie.*

   (Jensen, 2008, s. 57-58)

Denne opgave følger den model der er nævnt ovenfor. Eleven skal foretage såkaldte redegørelser på baggrund af eksisterende fremstillinger, derpå med udgangspunkt i kilder arbejde med matematik som det tog sig ud på det berørte tidspunkt, og til sidst komme med en vurdering. Det er uklart for mig hvordan vejlederne har tænkt at de fem punkter skal hænge sammen (hvis der overhovedet er en sådan intention).

Elevens besvarelse er 22 sider lang og indledes med 11 sider om punkt 1, dog uden nogen fokusering på matematikken (trods det eksplicitte krav). I stedet lægges der vægt på landets nationale historie og datidige samfundsstruktur og biografiske oplysninger om datidige videnskabsfolk/matematikere (Descartes, Pascal og Fermat). Derpå følger ca. 4 udmærkede sider med nedslag i sandsynlighedsregningens historie.

Eleven går derpå over til at arbejde specifikt med Pascals trekant og delingsproblemet, men stort set kun i moderne retorik og uden henvisning til den vedlagte kilde. Der bliver altså ikke tale om at arbejde med historisk matematik set gennem datidige briller, men om at fortolke matematikkens udvikling set gennem moderne briller.

Opgaven fremstår altså i to dele: en historiefaglig og en matematikfaglig redegørelse som ikke for alvor lader sig binde sammen. Tværfagligt set kan opgavebesvarelsen i bedste fald karakteriseres som et *parallelforløb* omkring temaet "Frankrig og sandsynlighedsregning i 1600-tallet", men må reelt nok betegnes som *mangefaglig* – dvs. to fag arbejdende samtidig, men uden nogen fælles koordinering.

Den lave grad af tværfaglighed kan naturligvis i første række tilskrives elevens konkrete valg (og evner), men må også tilskrives opgaveformuleringen som det faktisk er svært at se hvordan man skal binde sammen i en helhed. Formuleringer af ovenstående type burde mindst kunne løftes op i kategorien *formel flerfaglighed* ved at opgaveformuleringen opbygges omkring et fælles mål for delopgaverne. Og elementerne omkring *historisk matematik* kan endda løftes til *fagintegration* hvis eleven arbejder historie-metodisk med kildelæsning samt ved at se matematikken gennem datidens briller.

Den tværfaglige karakter af et matematikhistorisk projekt afgøres, som illustreret ovenfor, først og fremmest af hvordan de to fag bringes i samspil omkring de fire punkter. I det følgende vil jeg forsøge at fremstille nogle generelle træk ved elevernes tendens til at gøre dette.

I arbejdet med historiske redegørelser synes eleverne meget sjældent at sortere målrettet i informationer. Det bliver ofte til detaljerede redegørelser for samfundsstrukturer og personbiografier, herunder opremsning af årstal, begivenheder og myter. Eksempler kan være en omfattende redegørelse for arbejdsdelingen i et af de oldegyptiske riger hvor alt fra slaver og håndværkere til skrivere, præster og farao præsenteres, selvom den matematikhistorisk interessante del primært er skriverne, eller en detaljeret gennemgang af Pascals opvækst, hans far, hans religiøse synspunkter, hans ægteskabelige forhold mv. uden relation til hans matematik.

Et eksempel på hvordan den historiefaglige tilgang kan synes at drukne i sådanne redegørelser, er eleven der i en opgave om pythagoræerne skriver:

> Pythagoræerne mente, at der var en grænse for, hvor små linjestykkerne kunne være, og dermed afviste de uendelige delingsprocesser. Pythagoræerne følte, at det uendelige var uoverskueligt og derfor ondt (Jensen, 2008, s. 84)

Citatet omhandler en matematisk set interessant problemstilling, nemlig inkommensurabilitet. Men argumentationen for matematiksynet ville næppe holde til et historiemetodisk eftersyn. Hvad er fx kildegrundlaget for påstanden, og er det overhovedet rimeligt at tilskrive irrationelle følelser en sådan afgørende betydning? Spørgsmålet er mere generelt hvad der får elever til ukritisk at skrive sådanne udlægninger. Et svar kan være fraværet af historie som et metodisk fag (som modsætning til "at fortælle en god historie").

Ser man på elevernes arbejde med historisk matematik, har dette en tendens til at blive ahistorisk i den forstand at matematikken analyseres via elevens egen moderne matematikfaglige viden. Dermed fokuserer eleven oftere på at kunne genkende sin egen viden i fortiden end på at afdække hvordan de historiske personer rent faktisk selv har tænkt. Dette dilemma er nok den væsentligste udfordring for samspil af typen matematikhistorie og er diskuteret nærmere i Fried (2001).

Et eksempel på en elev der forsøger at redegøre for historisk matematik, kan være følgende citat fra en opgave om oldegyptisk matematik. Citatet stammer fra en diskussion om hvordan egypterne kunne beregne en pyramides rumfang. Diskussionen er god i "historisk matematik" fordi vi kender til eksempler på egyptisk beregning af pyramiderumfang, men er uvidende om hvordan de har udledt deres "algoritme".

> Før ægypterne kunne beregne rumfanget af en pyramide, har de udledt nogle formler, der gjorde det muligt at beregne arealet af bl.a. en firkant og en trekant [...]
> Trekants areal: har de fundet ved at sige ½ × højde × grundflade, ½×(h×b)
> Firkants areal: har de fundet ved at sige længde × bredde (Jensen, 2008, s. 98)

Eleven har ret i at der i det sparsomme kildemateriale om matematik i oldtidens Egypten findes eksempler på beregning af tre- og firkantede markers arealer. Men hvordan mener eleven derfra at kunne slutte dels at ordet "formel" giver mening, og dels at egypternes konkrete beregninger på marker kan overføres til en generel platonisk idé om trekanter og firkanter som kan genfindes på en pyramide? Antagelsen er ikke urimelig, men den foretages uden nogen former for overvejelse. Forklaringen ligger formentlig i at eleven analyserer den egyptiske matematik ud fra sin egen viden om trekanter og firkanter samt beregning af deres areal via formler uden at reflektere over at opgaven må være at analysere en historisk situation på dennes egne præmisser.

Et hjælpemiddel til at fremkalde historisk bevidsthed i arbejde med historisk matematik kan være at lade eleven arbejde med selvstændig analyse af kilder for derigennem at tage stilling til hvordan de historiske matematikere har tænkt og arbejdet. En sådan kildeanalyse bør opfattes som anvendelse af en grundlæggende historiefaglig metode og forekommer derfor at være oplagt tværfaglig. Elever synes dog ikke at have nogen klar idé om hvad der forstås ved en kilde. Eksempelvis opfatter flere elever almindelige historiebøger som kilder. Og hvis eleven får en ægte kilde udleveret, mangler eleven ofte redskaber til at håndtere analysen. Et af historiefagets væsentligste bidrag til matematikhistoriske samspil må være at levere sådanne redskaber.

Det sidste element, perspektivering/sammenligning, er set fra en tværfaglig synsvinkel ofte det vigtigste element. Ofte optræder redegørelser og analyser som parallelforløb hvor historie og matematik arbejder adskilt i egne kapitler. Muligheden for at løfte samarbejdsgraden til formel flerfaglighed ligger især i evnen til at trække på de enkeltfaglige elementer i en afsluttende perspektivering. Dette forudsætter at de enkeltfaglige kapitlers indhold er udvalgt efter hvad der skal bruges til at foretage denne afsluttende diskussion. Og netop dette samspil mellem perspektivering og øvrige resultater mangler i høj grad i besvarelserne.

Det følgende citat er et eksempel på en elev der forsøger at konkludere på baggrund af sit arbejde. Eleven har redegjort for nyopdagelser omkring Archimedes i det såkaldte "Codex C", der antyder at han har benyttet "aktuel uendelighed" i sin beregning af et cylinderudsnits volumen. Eleven konkluderer:

> [...] han [var] allerede i sin tid så småt på vej til at opfinde integralregningen [...] Han forudså nærmest mængdelæren [...] Arkimedes viser ikke bare at han havde lige så meget styr på matematikken, som matematikere efter det moderne gennembrud havde, men at han var på vej til at kunne det samme, som moderne matematikere [...] Arkimedes [er] uden tvivl en af de vigtigste matematikere, som nogensinde har levet. Han har gjort matematikken til det den er i dag (Jensen, 2008, s. 92-93).

Eleven forsøger faktisk at perspektivere det eleven har fundet ud af, men går helt i selvsving når det kommer til at revurdere Archimedes' rolle i matematikkens historie, som uden dybere argumentation skrues markant i vejret. Igen synes det at være historiefagets kritiske metode der udebliver fra projektet.

Overordnet set virker samspilstypen *matematikhistorie* som et godt grundlag for tværfagligt set gode samspil mellem de to fag. Forudsætningen synes dog for det første at være sammenhæng mellem redegørelser, analyser og vurderinger og for det andet at historie som metode træder tydeligt frem i det konkrete arbejde med opgavens elementer af historisk redegørelse, historisk matematik og kildelæsning. Faren er at opgaven fremstår som to isolerede dele med hhv. en samfundshistorisk fremstilling og en moderne fremstilling af historisk matematik.

Matematik og udvikling af videnskab, teknologi og samfund

Denne type af projekter synes at være mindre homogene i deres form end de matematikhistoriske. Derfor er det heller ikke på samme måde muligt at opstille et antal punkter over standardindholdet. Der er dog alligevel nogle overordnede fælles problemer som et samspil af denne type må forholde sig til. Det drejer sig først og fremmest om at klargøre inden for hvilke af de tre områder videnskab, teknologi og samfund man ønsker at undersøge matematikkens betydning for udviklingen. Dernæst kommer overvejelser om hvordan det historiske element indpasses i denne undersøgelse, og hvordan undersøgelsen diskuteres og perspektiveres.

I mit tilgængelige materiale var der 13 SRP-rapporter inden for denne type. 2 inden for senrenæssancen, mens 11 omhandlede emnet kryptering, heraf 10 specifikt brydningen af koderne fra den tyske kodemaskine Enigma under 2. verdenskrig og den sidste RSA-kryptering og den kolde krig. Da krypterings-opgaverne samtidig er spredt på få skoler og vejledere, tyder den store repræsentation af dette emne på at denne type opgave er overrepræsenteret i mit materiale.

Krypterings-opgavernes intention er at undersøge matematikkens indflydelse på teknologi og samfund, mere specifikt matematikkens indflydelse på krypteringsteknologi og derigennem på udfaldet af hhv. 2. verdenskrig og den kolde krig. De 10 Enigma-opgaver løber dog alle ind i det problem at matematikfaglighed reelt ikke indgår i den undersøgte teknologiske udvikling[6]. Dermed opnås en række projekter hvor matematikfaget reelt ikke er til stede. Selvklart kan opgaverne dermed ikke være tværfaglige samspil mellem matematik og historie.

Ser man bort fra denne side af sagen, synes opgaverne også i almindelighed at være kunstigt sammenbragte. Ofte stilles der krav om redegørelser for bestemte elementer i krypteringsteknologiens historie som ingen forbindelse har med Enigma-maskinen. Og samtidig stilles der ofte krav om redegørelser for episoder under 2. verdenskrig hvor brydningen af Enigma-maskinen ingen rolle spillede. Dette besværliggør dialogen mellem opgavens dele. Følgende er et eksempel på en Enigma-opgaveformulering:

Område: Kryptologi med fokus på 2. Verdenskrig

- *Giv en kort redegørelse for kryptosystemer med fokus på det polyalfabetiske kryptosystem.*
- *Giv en redegørelse for anvendelse og brydning af Julius Petersens kryptosystem. Bilag vedhæftet.*
- *Giv en redegørelse for Enigmamaskinens funktion og brydning i 1930'erne.*
- *Gør kort rede for det tyske angreb på Sovjetunionen i 1941 og vurder hvilken betydning det fik for krigens udfald.*
- *Vurder hvilken betydning brydningen af Enigmamaskinens kodesystem fik for 2. Verdenskrig.*

(Jensen, 2008, s. 71-72)

Ovenstående opgaveformulering lider af det første problem nævnt ovenfor. Man kan faktisk svare kvalificeret på samtlige spørgsmål uden at inddrage noget som en matematiker ville genkende som matematikfagligt arbejde. I besvarelserne kan eleven typisk nøjes med at anvende lidt kombinatorik og deskriptiv statistik.

Opgaveformuleringen lider dog også af det andet problem, nemlig fravær af sammenhæng. Den kryptologihistoriske redegørelse i de første to punkter har reelt ikke ret

6 Emnet kan faktisk vinkles så egentlig matematikfaglighed inddrages i analysen af selve Enigma-maskinen, se fx Vestergaard (2008). Dette skete dog ikke i et eneste af de analyserede projekter.

meget med den konkrete redegørelse for Enigma at gøre og slet ikke med den historiske redegørelse og vurderingen. Ligeledes er koblingen mellem Enigma og 2. verdenskrig besværet af at Enigma ikke umiddelbart spillede nogen rolle ved det tyske angreb på Sovjetunionen. Der bliver således tale om et særdeles sparsomt samspil ud fra en tværfaglig betragtning.

Opgaven om RSA-kryptering løber også ind i sidstnævnte problem. Selvom matematikindholdet er passende, synes teknologien reelt ikke at have med den kolde krig at gøre. Dermed bliver det matematik- og historiefaglige arbejde reelt to adskilte arbejder uden dialog. Faktisk kan der dårligt siges at være et fælles emne. Eleven gør dog i sin afsluttende diskussion et ihærdigt forsøg på at få det til at passe sammen, idet vedkommende skriver:

> RSA blev som tidligere nævnt udviklet under den kolde krig. Under den kolde krig var spionage meget brugt, både af Sovjet og USA [...] Fordi spionage var så brugt under den kolde [krig,] og begge parter vidste at fjendtlige spioner opholdt sig i deres land, har militæret nødvendigvis måtte udvise en vis påpasselighed ved udveksling af oplysninger. Dette har muligvis gjort kryptering endnu vigtigere indenfor den interne militære kommunikation [...] RSA er ikke et udviklingsresultat af den kolde krig, men derimod af udviklingen der skete omkring og under den kolde krig, derfor har de ikke direkte noget med hinanden at gøre, men tidsperioden linker dem (Jensen, 2008, s. 120-121)

Eleven synes at have en høj grad af bevidsthed om at de to fag – repræsenteret ved matematikken bag RSA og historien bag den kolde krig – skal have noget at sige hinanden. Men opgaven tillader det simpelthen ikke fordi der ikke synes at være nogen direkte forbindelse mellem de to dele. Egentlig tværfaglighed synes altså udelukket fra starten. Det skulle dog være muligt at lave gode tværfaglige samspil mellem matematik og historie omkring RSA-kryptering, jf. Jankvist (2008).

De to renæssanceopgaver falder tværfagligt set mere heldigt ud. Begge omhandler den naturvidenskabelige revolution i kølvandet på renæssancen. Den ene med fokus på udviklingen fra Galilei til Newton, den anden med fokus på bidragene fra hhv. Newton og Leibniz. I disse problemer ligger fokus altså på matematikkens indflydelse på videnskabens udvikling. Begge steder lægges der i redegørelseskravene vægt på generelle redegørelser for renæssancen og naturvidenskabens gennembrud samt på redegørelser for historisk matematik hos de indgående matematikere.

De åbne muligheder til trods har det egentlige samspil dog svært ved at komme i gang. Det skyldes primært at det matematikfaglige arbejde ofte begrænser sig til eksempler der er løsrevet fra påvirkningen af videnskaben. En elev bliver fx bedt om at gennemføre Newtons bevis for differentiation af $y = x^{3/2}$. Her kunne opgaver der direkte omhandlede forskellene i de muligheder som hhv. Galilei og Newton havde pga. deres ulige adgang til matematiske metoder, have sikret et direkte samspil mellem det matematikfaglige og det historiefaglige. Og i denne sammenhæng havde hensynet til "historisk matematik" været af mindre betydning.

Den væsentligste udfordring for denne type af samspil synes at være at det er nemt at tale om matematikkens rolle i videnskab, teknologi og samfund uden at inddrage egentligt matematikfagligt arbejde. For at sikre tilstedeværelse af matematikfaglighed kobles der derfor en eller flere tilfældigt valgte matematikopgaver på problemformuleringen. Dette er dog ikke noget tæt samspil mellem fag, men snarere to fag der eksisterer lidt sammenfiltret, men uden rigtig dialog.

Skal der sikres et egentligt samspil mellem de to fag i denne type projekter, synes det derfor nødvendigt at sikre at den behandlede udvikling eksemplificeres af matematiske opgaver som rammer lige ned i den forskel som matematikken faktisk gjorde. Dette giver reel mulighed for i afslutningen at bringe det matematikfaglige ind som afgørende brik i en historiefaglig diskussion.

Historie om matematisk model

Som type er "historie om matematisk model" ikke nem at adskille fra "matematik og udviklingen af videnskab, teknologi og samfund". I begge typer er den historiske undersøgelse af matematikkens indflydelse på menneskelige aktiviteter i centrum. Der er dog den afgørende forskel at et projekt af den første type har et klart fokus på en bestemt modelleringssituation, mens den anden type interesserer sig bredere for matematikkens indvirkning på historiske udviklinger.

Fokuseringen på en modelleringssituation gør det betydelig enklere at inddrage relevant matematikfaglighed, og når det historiske modelleringssamspil undersøges med historiske metoder, kommer de to fag forholdsvis nemt i berøring med hinanden. Faldgruberne er, som i de øvrige typer, ufokuserede historiske redegørelser samt løsrevne kilder og opgaver der ikke rammer substansen i samspillet.

Af 30 indsamlede SRP-rapporter faldt tre inden for typen. Det var for det første en opgave om "astronomisk navigation" som ud over at være et modelleringssamspil mellem matematik og "fagene" astronomi og navigation der giver mulighed for et meget varieret matematikfagligt niveau, også er meget oplagt til historiske studier. Dels fordi området har udviklet sig så markant, og dels fordi denne udvikling har haft meget store historiske konsekvenser. Historiedelen kan både fokusere på et enkelt punkt i modellens historie eller på større stræk af dens udvikling.

De to øvrige projekter af denne type handler begge om arkitektur. Det ene fokuserer på den catalanske arkitekt Gaudis brug af parabel og kædelinje, mens det andet fokuserer på anvendelsen af "det gyldne snit" i arkitekturen gennem historien. Specielt den sidste rapport opnår et meget tæt samspil mellem det matematikfaglige og det historiefaglige. Opgaveformuleringen til opgaven om Gaudi lyder:

> Område: Arkitektur
> Redegør for den samfundsmæssige udvikling i Catalonien i slutningen af 1800-tallet og begyndelsen af 1900-tallet med særligt henblik på at belyse arkitekturens rolle.
> Giv en kort redegørelse for karakteristiske elementer i Gaudis byggestil i almindelighed.
> Diskutér Gaudis brug af parabler og kædelinjer i hans bygningsværker.
> Undersøg ved opmåling formen af en kuglekæde, der ophænges symmetrisk. Vurdér hvilken af de to modeller, parabelmodellen $y = a{\cdot}x^2{+}c$ og kædelinjemodellen $y = a{\cdot}\cosh(x/a){+}c$, der giver den bedste beskrivelse af den ophængte kæde.
> Vurdér den rolle Gaudis byggestil fik for arkitekturens senere udvikling i Spanien som globalt i Europa og resten af verden.
> (Jensen, 2008, s. 62-63)

Det første indtryk ovenstående opgaveformulering kan give, er at den indledende historiske redegørelse og den afsluttende historiske vurdering risikerer at blive isoleret fra det modelsamspil mellem matematik og arkitektur som kommer til udtryk i den midterste redegørelse og undersøgelse. Det næste indtryk er at forsøget med kuglekæden ikke lader sig koble sammen med redegørelsen for Gaudis byggestil. Allerede i den stillede opgave begynder det tværfaglige altså at skride.

Det er netop muligheden for at integrere det historiske og det matematiske der gør opgaven om det gyldne snits indflydelse på arkitekturen til et bedre udgangspunkt for tværfaglighed. Eleven der lavede denne opgave, skrev således i sin afslutning:

> Da man i renæssancen og antikken anvendte det gyldne snit i forbindelse med symmetrien, skabte man harmoni og orden for øjet. Her var det altså i højere grad hensigten at udtrykke guddommeligheden i bygningernes udseende, hvor Le Corbusier lagde mere vægt på at proportionere bygningerne, så de blev mere anvendelige for mennesket [...] Han mente, at der måtte gøres op med fortidens arkitektur, da den ikke var andet end ligegyldigt pynt. Samfundet var ved at ændre sig til et moderne industrisamfund og dette skulle, ifølge modernisterne, også afspejles i arkitekturen. Her træder funktionalismen ind [...] Ser man på nutidens design, reklamer og emballager er der ofte anvendt gyldne snit for at få produkterne til at se mere indbydende ud. På denne måde har det gyldne snit i dag også betydning for andet end arkitekturen. (Jensen, 2008, s.130)

Hvor matematikken i Gaudis byggestil fremstår uden større betydning for dennes historiske udbredelse, viser eleven herover en historisk udvikling i brugen af modellen. Fra religiøs harmoni over menneskelig anvendelighed til industriel funktionalisme og moderne design med henblik på salg. Det lykkes faktisk denne elev at koble det matematiske og det historiske sammen løbende gennem opgaven der derfor bliver af typen *fagintegration*.

Der er altså muligheder for at skabe gode tværfaglige samspil mellem matematik og historie inden for typen “historie om matematisk model”. En faldgrube er først og fremmest at opgaven påklistres matematiske øvelser uden relevans for den øvrige opgave. Det kan fx være at eleven i arbejdet med astronomisk navigation pålægges at bevise sætninger fra sfærisk trigonometri der ikke lader sig anvende. Her ville det tværfagligt set virke mere oplagt at analysere fx autentiske (eller konstruerede) logbogsdata fra store søekspeditioner for at vise matematikkens historiske anvendelse.

Eksotiske samspil

Også i den “eksotiske” samspilstype “modellering af historien” kommer det matematikfaglige nemt til udtryk fordi det skal anvendes i en konkret modellering. Denne modellering er her i sig selv et samspil med historiefaget. Som type er den altså ideel, mens dens svaghed er manglen på gode historiske problemer der kan løses med hjælp fra matematiske modeller.

I mit materiale optræder der kun et projekt af denne type. I dette skal eleven undersøge udviklingen i en kolera-epidemi i 1700-tallets København ved hjælp af den såkaldte SIR-model. I princippet et fint arbejde, som dog lider under modellens manglende evne til at bidrage med egentlig historiefaglig indsigt. Af andre afprøvede emner af denne type er en spilteoretisk analyse af Cubakrisen (Hansen, 2009, s. 42). Man kunne også forestille sig problemer hvor en hypotese om en historisk handlemåde blev testet via en matematisk model. Det kunne fx være en model der kunne vurdere om en bestemt krigstaktik faktisk gav de fordele som nogle historikere antager at den gav (se fx eksempel 3 i boksen til sidst i artiklen).

Den anden af de nævnte “eksotiske” samspilstyper, “matematik som historisk case”, støder tværfagligt set på store vanskeligheder. Det enlige eksempel i mit materiale omhandler “kvinder og matematik”. Problemstillingen er opdelt i en historiefaglig analyse af kvinders placering i videnskaben, med særlig interesse for kvindelige matematikere, og en matematikfaglig redegørelse for en nutidig kvindelig matematikers arbejde. Dette er reelt to adskilte stykker arbejde som stort set ikke lader sig forene. Problemet opstår fordi det matematikfaglige ikke påvirkes af den udøvende matematikers køn. Der kan dog godt udvikles emner af denne type med tværfagligt potentiale, fx skolehistorie med matematikundervisning som case, men i det store hele er deres antal nok ret begrænset.

Problemer i matematik-historie-samspil og bud på deres løsning

Min undersøgelse peger på at der eksisterer store udfordringer med at få de to gymnasiefag matematik og historie til at spille sammen på en god tværfaglig måde. Kvantitativt kommer dette til udtryk ved at mange SRP-besvarelser fremstår mangefaglige eller som parallelforløb, mens næsten ingen hæver sig til fagintegration. Kvalitativt viser problemet sig størst i meta-matematik-samspil, fordi den historiske metode synes at forsvinde i arbejdet med det matematikfaglige. Bedre ser det ud i opgaver hvori der indgår modellerings-samspil – enten direkte, ved at lade matematik optræde som metodisk redskab i historiefaget, eller indirekte, ved at lade historiefaget undersøge matematikkens samspil med eller indflydelse på noget tredje (altså en blanding af modellering og meta-matematik).

Hvordan problemet skal gribes an, har jeg i diskussioner med gymnasielærere og andre fagpersoner oplevet tre overordnede synspunkter på. Det første er at hvis der fortsætter med at være 38 % (svarende til 1.311 på den første årgang (Grøn, 2008)) af matematik-SRP'erne som kombinerer med historie, så er det en vigtig udfordring at udvikle reel tværfaglighed mellem de to fag. Det andet er at man skal arbejde målrettet med at elever ikke skriver i denne kombination. Og det tredje er at status quo er fint, dvs. at et tæt samspil ikke er afgørende – det afgørende er den faglige præstation i de to fag. Mit eget synspunkt er det første, som derfor ligger til grund for det følgende[7].

Det måske mest grundlæggende spørgsmål omkring SRP'ens natur er de kriterier en besvarelse skal evalueres efter. Modsætningen står mellem på den ene side to enkeltfaglige vurderinger og på den anden side det synspunkt at rapporten skal vurderes på om den besvarer problemformuleringen. Modsætningen kommer nemt til at handle om de deltagende fags identiteter. I matematikfaget bliver det at arbejde matematikfagligt nemt synonymt med bevisgang og opgaveregning, som nemt står i modsætning til det faget bidrager med i samspil med historiefaget. Og omvendt synes historiefaget ofte at have en meget klar orientering mod det samfundshistoriske. En for snæver holden fast i to sådanne fagidentiteter kan gøre det umuligt for fagene at mødes i samspil. Begge fag må altså være indstillet på at gå på kompromis. Det kan måske sagtens være et svært stykke matematikfagligt arbejde at afkode en opgave fra en babylonsk lertavle, ligesom det kan være en vanskelig historisk metode at vurdere hvad der er rimeligt at konkludere ud fra en opgave i en egyptisk papyrusrulle.

Det andet spørgsmål jeg mener rejser sig, er hvordan der skabes sammenhængende problemformuleringer. Den røde tråd i en problemformulering synes ofte at ligge implicit i det afsluttende spørgsmål. Men for eleven bliver de enkelte spørgsmål nemt til enkeltstående opgaver der skal besvares hver for sig. Her kan en klar *problemorientering* af problemformuleringerne være gavnlig. Opstil en problemstilling i form af et forholdsvis snævert spørgsmål og dertil en række underspørgsmål som eksplicit bygger op til at besvare problemstillingen. Det afgørende er at det står helt klart at arbejdet med det enkelte underspørgsmål ikke er et mål i sig selv, men et bidrag til et mål. Jeg mener endvidere at det at bruge de begreber om typiske samspil jeg her

7 Der er siden min undersøgelse blevet gennemført strukturelle ændringer der snarere synes at være begrundet i det midterste synspunkt, idet andelen af matematik-historie-SRP-opgaver er faldet markant.

har præsenteret, vil være helt afgørende for at kunne lave en sådan fokusering. Det kræver simpelthen at dagsordenen for samspillet er tydelig. Se eksempler på min tankegang i boksen til sidst i artiklen.

Det tredje, sidste og nok sværeste spørgsmål der bør rejses, er hvordan man klæder eleverne på til at arbejde med matematik og historie i samspil. Her bør der udvikles specifikke redskaber som eleverne kan præsenteres for. To vigtige eksempler vil være "den historiske redegørelse" med fokus på hvordan arbejder af den type bruges i et tværfagligt projekt, og "brug af matematik-kilder" med fokus på hvordan man omgås sådanne på en historiefagligt korrekt måde – herunder kildekritik med fokus på at kunne afdække hvad der er rimeligt at slutte om historien ud fra en given kilde. Denne manglende kritiske tilgang synes at være fælles for næsten alle opgaver. I tillæg til de særlige fagredskaber bør den enkelte skole lave forberedende forløb for hold hvor matematik og historie er en oplagt SRP-kombination.

Ud over disse tre spørgsmål er der naturligvis også et latent behov for løbende udvikling af nye emner, problemer, temaer, cases mv. som man som vejleder kan bruge til at lave problemformuleringer efter. Et vigtigt element i dette er at finde eller konstruere kilder og opgaver der ikke blot tester traditionel matematikfaglighed og kildelæsning, men som faktisk bringer det matematikfaglige fokus hen på noget som er af substans i det der undersøges historisk. Sådanne udviklingsarbejder bør løbende ske på såvel den enkelte skole som i landet som helhed.

Ligeledes er der behov for en ensartet standard for hvordan man evaluerer et samspil mellem matematik og historie. Ud fra samtaler med gymnasielærere og andre fagpersoner har jeg det klare indtryk at evalueringen i dag er ekstremt afhængig af om den tilfældigt udpegede censor er enig med SRP-vejlederne om hvornår et projekt faktisk opfylder de faglige og tværfaglige krav til en SRP-besvarelse. Det afholder således vejlederne fra at stille opgaver med atypiske opgaveformuleringer fordi de ikke på forhånd kan vide hvad censor vil mene om disse.

Eksempler på problemorienterede opgaveformuleringer

Her følger tre eksempler på opgaveformuleringer som er problemorienterede og baserede på fag der er villige til kompromis med deres normale fagidentitet for at kunne agere værktøj til problemets besvarelse. Formuleringerne er til lejligheden konstruerede eksempler der formentlig vil kræve yderligere gennemarbejdning før evt. brug.

Eksempel 1: Matematikhistorie

Den centrale forskel på nedenstående opgaveformulering og den jeg stødte på i min undersøgelse, som har inspireret den (se tidligere i denne artikel), er ekspliciteringen af et egentligt *problem* samt at den er formuleret så eleven inviteres til at bruge enkeltdelene i opgaven til at besvare problemet.

Område: *Sandsynlighedsregningens historie*
Problemstilling: *Hvilken rolle spillede Fermat og Pascal for udviklingen af sandsynlighedsregningen?*
For at besvare problemstillingen skal du arbejde med følgende delproblemer:
Redegør kort for:

- *Sandsynlighedsregningens tidlige historie*
- *Matematikkens rolle i den samfundsmæssige udvikling i Frankrig i 1600-tallet.*

Analysér:

- *Pascals trekant med udgangspunkt i Pascals afhandling "Treatise on the arithmetic triangle", der er vedlagt som bilag.*
- *Den metode som blev udviklet af Fermat og Pascal til løsning af delingsproblemet. Inddrag den rolle som Pascals trekant spiller for løsningen.*
- *Fermat og Pascals brevveksling.*

Diskutér hvordan ovenstående bidrager til at besvare problemstillingen.
Konkludér på baggrund af diskussionen hvad dit svar på problemstillingen er.

Eksempel 2: Matematik og udviklingen af videnskab, teknologi og samfund

Et eksempel på en problemorienteret problemformulering af typen "matematik og udviklingen af videnskab, teknologi og samfund" kunne være nedenstående. Her vil der ikke være vægt på en korrekt historisk fremstilling af matematikken, men derimod på elevens overblik over matematikkens betydning for en historisk udvikling. Matematikfagligt vil opgaven endvidere sigte mere på en udvidelse af dækningsgraden af matematisk modelkompetence end på det tekniske niveau (se Jensen & Niss, 2002, s. 64-65).

Område: Matematikkens betydning for videnskaben.
Problemstilling: Hvilken rolle spillede matematikken for tilblivelsen af den videnskabelige astronomi?
For at besvare problemstillingen skal du arbejde med følgende delproblemer:
Redegør for relevante historiske forhold under hvilke Tycho Brahe (1546-1601), Johannes Kepler (1571-1630), Isaac Newton (1643-1727) og Johann Elert Bode (1747-1826) arbejdede med undersøgelser af solsystemet.
Analysér med særlig vægt på modelegenskaber hvilken rolle matematikken kan have spillet for:

- *Tycho Brahes observationer*
- *Keplers tredje lov*
- *Newtons anden lov, tyngdelov mv.*
- *Titius-Bodes lov.*

Diskutér hvordan ovenstående bidrager til at besvare problemstillingen.
Konkludér på baggrund af diskussionen hvad dit svar på problemstillingen er.

Eksempel 3: Modellering af historien

Som sidste eksempel vil jeg bringe et bud på en opgaveformulering inden for den eksotiske samspilskategori "modellering af historien". Opgaven vil have fokus på at teste dækningsgraden frem for det tekniske niveau af elevens modelleringskompetence. Det matematiske arbejde kan bestå i fx at vurdere den taktiske betydning af at fjerne et skibs mast før et angreb eller af at anlægge byer for enden af en fjord.

Område: Vikinger i krig.
Problemstilling: Er historikernes antagelser om effektiviteten af vikingernes strategier og taktikker i krig rimelige?
For at besvare problemstillingen skal du arbejde med følgende delproblemer:
Redegør for vikingernes militære virke samt historikernes antagelser om deres strategier og taktikker til angreb og forsvar, med særligt fokus på søkrig.
Analysér på baggrund af egne opstillede matematiske modeller hvor stor effektivitet de beskrevne strategier og taktikker må formodes at have haft.
Diskutér hvordan ovenstående bidrager til at besvare problemstillingen.
Konkludér på baggrund af diskussionen hvad dit svar på problemstillingen er.

Referencer

Dolin, J. (2006). Fag, hovedområder og fagligt samspil. I: E. Damberg, J. Dolin & G.H. Ingerslev, *Gymnasiepædagogik – en grundbog, s. 195-208,* Hans Reitzels Forlag.

Fried, M.N. (2001). Can Mathematics Education and History of Mathematics Coexist? *Science & Education, 2001/10*, s. 391-408.

Grøn, B. (2008). Studieretningsprojekter i matematik. *LMFK-bladet, 2008(3), s. 22-25.*

Hansen, B. (2009). *Didaktik på tværs af matematik og historie – en prakseologisk undersøgelse af de gymnasiale studieretningsprojekter*. Specialerapport, IND's studenterserie nr. 10.

Højgaard J.J. (1991). Hvorfor tværfaglighed. I: J.H. Jensen, *Mere spredt fægtning, s. 3-8, Tekster fra IMFUFA, 404/2001.*

Jankvist, U.T. (2008). RSA og den heri anvendte matematiks historie – et undervisningsforløb til gymnasiet. *Tekster fra IMFUFA, 460*.

Jantsch, E. (1972). Inter- and Transdisciplinary University: A Systems Approach to Education and Innovation. *Higher Education, 1(1)*, s. 7-37.

Jensen, K.B. (2008). *Tværfaglige samspil med matematik i gymnasiet*. Speciale fra IMFUFA, RUC.

Jensen, T.H. & Niss, M. (2002). *Kompetencer og matematiklæring*. Undervisningsministeriet.

Jensen, T.H. (2007). Udvikling af matematisk modelleringskompetence som matematikundervisningens omdrejningspunkt – hvorfor ikke? *Tekster fra IMFUFA, 458*.

Newell, W.H. (1992). Academic Disciplines and Undergraduate Interdisciplinary Education: Lessons from the School of Interdisciplinary Studies at Miami University, Ohio. *European Journal of Education, 27(3)*, s. 211-221.

Ulrichsen, L. (2001). Den sociologiske dimension. I: F. Held & F. Olsen, *Introduktion til pædagogik* (s. 155-293). Frydenlund.

Vestergaard, E. (2008). Den tyske kodemaskine Enigma og Bletchley Park. *LMFK-bladet, 2008(3), s. 34-37.*

Winsløv, C. (2006). *Didaktiske elementer*. Biofolia.

Abstract

The article investigates to what degree interdisciplinarity between mathematics and history is possible and existing in the Study Direction Project (SRP) of the Danish "Gymnasium" education (upper secondary level). A set of concepts is formed to describe quantitative and qualitative differences in the degree of interdisciplinarity in general and particularly for mathematics-history cooperation. On this background an investigation of 30 SRP reports is presented. The conclusion is that the degree of interdisciplinarity is low in the existing reports, but that it should be possible to raise it. Among the tools to do so is an increased consciousness about the qualitative character of the cooperation, problem orientation and a conscious formation of academic tools.